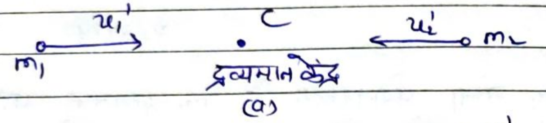
① द्रव्यमान केंद्र फ्रेम में प्रत्यास्थ संघट्ट

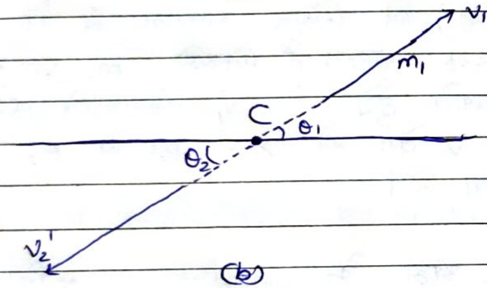
(Elastic colision in Centre of mass frame) :-

प्रयोगशाला फ्रेम में v_1 व v_2 की गणना करना आसान नहीं होता है अतः द्रव्यमान केंद्र फ्रेम में संघट्ट से संबंधित अन्य महत्वपूर्ण सूचनाएँ प्राप्त की जा सकती हैं।

संघट्ट के पूर्व



संघट्ट के पश्चात



माना प्रयोगशाला फ्रेम में संघट्ट के पूर्व m_1 द्रव्यमान के पिण्ड का प्रारंभिक वेग u_1 है तथा m_2 द्रव्यमान का पिण्ड विरामावस्था ($u_2 = 0$) में है, तो द्रव्यमान का केंद्र

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{u_1}}{m_1 + m_2} \quad \text{—— (1)}$$

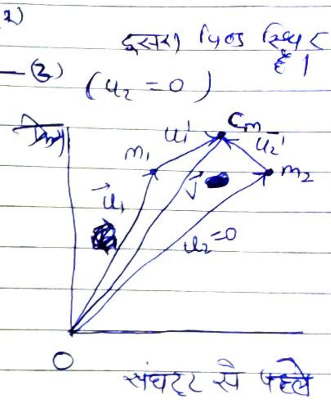
चूँकि द्रव्यमान केंद्र का ~~वेग~~ वेग नियत रहता है, अतः संघट्ट के पश्चात भी उसका वेग $\vec{v}$ ही होगा। when $F_{ext} = 0 \Rightarrow v = $ const.

अतः द्रव्यमान केंद्र के सापेक्ष संघट्ट के पूर्व कणों का वेग

② $u_1' = \vec{u_1} - \vec{v}$ —— (2)

$u_2' = u_2 - v = -v$ —— (3) ($u_2 = 0$)

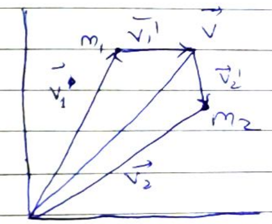
दूसरा पिण्ड स्थिर है।



4 संघट्ट के पश्चात

$v_1' = \vec{v_1} - \vec{v}$

$v_2' = \vec{v_2} - \vec{v}$



हम जानते हैं कि द्रव्यमान केंद्र फ्रेम में निकाय का संपूर्ण रैखिक संवेग शून्य रहता है। अतः संघट्ट के पूर्व कुल रेखीय संवेग

~~$m_1u_1' + m_2u_2' = m_1v_1' + m_2v_2'$~~

$m_1u_1' + m_2u_2' = 0$

या

$m_1u_1' = -m_2u_2'$

तथा संघट्ट के पश्चात

$m_1\vec{v_1'} + m_2\vec{v_2'} = 0$

$m_1\vec{v_1'} = -m_2\vec{v_2'}$

उपरोक्त समी. से स्पष्ट है कि दोनों पिण्डों की दिशाएँ परस्पर विपरीत होती हैं। अतः परिणाम की दृष्टि से

$$\left.\begin{aligned} m_1u_1' &= m_2u_2' \\ m_1v_1' &= m_2v_2' \end{aligned}\right\} \quad \text{—— (4)}$$

गतिज ऊर्जा के संरक्षण के नियम से,

$$\frac{1}{2}m_1u_1'^2 + \frac{1}{2}m_2u_2'^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

(8) समी. (4) से u_2' व v_2' का मान पिछले समी. में रखने पर

$$\frac{1}{2}m_1u_1'^2 + \frac{1}{2}\cancel{m_2}\left(\frac{m_1}{m_2}u_1'\right)^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}\cancel{m_2}\left(\frac{m_1v_1'}{\cancel{m_2}}\right)^2$$

$$\frac{1}{2}m_1u_1'^2 + \frac{1}{2}\frac{m_1^2u_1'^2}{m_2} = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}\frac{m_1^2v_1'^2}{m_2}$$

$$\cancel{\frac{1}{2}m_1}u_1'^2\cancel{\left[1 + \frac{m_1}{m_2}\right]} = \cancel{\frac{1}{2}m_1}v_1'^2\cancel{\left[1 + \frac{m_1}{m_2}\right]}$$

दोनो पक्षों के समान पदों को काटने पर

$$u_1'^2 = v_1'^2$$

$$\left.\begin{aligned} u_1' &= v_1' \\ \text{इसी प्रकार} \quad u_2' &= v_2' \end{aligned}\right\} \quad \text{— (5)}$$

इसी प्रकार समी. (5) से स्पष्ट है कि द्रव्यमान केंद्र फ्रेम में प्रत्यास्थ संघट्ट में कणों का वेग नहीं बदलता है।

अप्रत्यास्थ संघट्ट (Inelastic Collision) → ऐसा संघट्ट जिसमें रैखिक संवेग तो संरक्षित रहता है किंतु गतिज ऊर्जा संरक्षित नहीं रहती है। अप्रत्यास्थ संघट्ट कहलाते हैं। इस प्रक्रिया में गतिज ऊर्जा का ह्रास अन्य अनुपयोगी ऊर्जा ह्रास में हो जाता है।

$P = mv$ (संरक्षित) गतिज ऊर्जा संरक्षित नहीं रहता है।

(4) माना m_1 व m_2 द्रव्यमान के दो पिण्ड u_1 व u_2 वेग से गति करते हुये संघट्ट करते हैं एवं इसके पश्चात् इनका वेग क्रमशः v_1 व v_2 हो जाते हैं तो

रैखिक संवेग संरक्षण के नियम के अनुसार

$$m_1\vec{u_1} + m_2\vec{u_2} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}$$

व गतिज ऊर्जा संरक्षण के नियम से,

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + E$$

जहाँ E ऊर्जा का वह भाग है जो अप्रत्यास्थ संघट्ट में अनुपयोगी रूप में बदला जाता है।

अब यदि संघट्ट पूर्णतः अप्रत्यास्थ हो, तो संघट्ट के पश्चात दोनों पिण्ड आपस में मिलकर वेग v से गति करेंगे तो समी. (1) से

$$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v$$

$$v = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{m_1 + m_2}$$

तब गतिज ऊर्जा समी. से

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 + E$$

$$E = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2$$

$$= \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2) \times \left(\frac{m_1u_1+m_2u_2}{m_1+m_2}\right)^2$$

5

$$E = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)\left(\frac{m_1u_1+m_2u_2}{m_1+m_2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 - \frac{1}{2}\frac{\cancel{(m_1+m_2)}}{\cancel{(m_1+m_2)}}\frac{(m_1u_1+m_2u_2)^2}{(m_1+m_2)}$$

common

$$= \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 - \frac{1}{2}\frac{(m_1^2u_1^2 + m_2^2u_2^2 + 2m_1m_2u_1u_2)}{(m_1+m_2)}$$

$$= \frac{1}{2}\left[m_1u_1^2 + m_2u_2^2 - \frac{m_1^2u_1^2 + m_2^2u_2^2 + 2m_1m_2u_1u_2}{m_1+m_2}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{(m_1u_1^2 + m_2u_2^2)(m_1+m_2) - m_1u_1^2 - m_2u_2^2 - 2m_1m_2u_1u_2}{m_1+m_2}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{\cancel{m_1^2u_1^2} + m_1m_2u_1^2 + m_2m_1u_2^2 + \cancel{m_2^2u_2^2} - \cancel{m_1u_1^2} - \cancel{m_2u_2^2} - 2m_1m_2u_1u_2}{(m_1+m_2)}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[m_1m_2u_1^2 + m_1m_2u_2^2 - 2m_1m_2u_1u_2\right] / (m_1+m_2)$$

common

$$= \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{(m_1+m_2)}\left[u_1^2 + u_2^2 - 2u_1u_2\right]$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{(m_1+m_2)}(u_1-u_2)^2$$